

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 15 settembre 2017



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{\log(4-x^2)}}{x^2-1}$$

Dominio	$E = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}] \setminus \{-1, 1\}$
Positività	$P = (-\sqrt{3}, -1) \cup (1, \sqrt{3})$
Intersezioni	$A(-\sqrt{3}; 0) \quad B(\sqrt{3}; 0) \quad C(0; -\sqrt{\log 4})$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{4-x^2}{1+x^2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{10x}{(x^2+1) \cdot (x^2-4)} \quad E = (-2, 2)$
Estremi	$M(0; \log 4) \quad \text{cresce in } (-2, 0)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{4x^2+1}{2x^2+6}$

Derivata prima	$f' = \frac{11x}{(x^2+3)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{33(1-x^2)}{(x^2+3)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1; 5/8) \quad F_2(1; 5/8)$ convessa in $(-1, 1)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 3x^2 + 8}}{2x^2 - 12x + 16}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 4\}$
As. verticali	$x = 2, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3/2$

Domande teoriche

- 1) Il teorema della permanenza del segno (punti 3)
- 2) Il teorema di Lagrange con un esempio (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x^4} + \frac{4x+2}{2x+4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot (1 + e^{5x}) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{-1}{3x^3} + 2(x+2) - 3\log(x+2)$ $\frac{55}{24} - 3\log\frac{4}{3} \approx 1,43$
Integrale indefinito	$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{25}e^{5x} \cdot (5x-1) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + 2y + k \cdot z = 4 \\ x + k \cdot y + 2z = 2 \\ 3x + 2y + z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 2/3; 1$: incompatibile $k \neq 2/3; 1$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^3 - 12k + 20}{3k^2 - 5k + 2}; y = \frac{-k^2 + 12k - 26}{3k^2 - 5k + 2}; z = \frac{4 - k}{k - 1}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - 4x \cdot y + 2y^2 + 8x - 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 4y = 1$

Derivate parziali	$f_x = 8x - 4y + 8 \quad f_y = -4x + 4y$
Estremi liberi	$m(-2; -2) \quad z = -12 \quad H = 16$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 1/2) \quad \lambda = 1 \quad z = -\frac{11}{2}$ $H = -208$

Domande teoriche.

- 3) La regola di integrazione per cambiamento di variabile (punti 4)
- 4) Condizioni affinché un sistema lineare abbia una soluzione unica (punti 3)
- 5) Rapporto incrementale parziale con un esempio (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.